

A proposito della (spesso sbagliata...) rappresentazione grafica dell'accuratezza e della precisione
Shervin Shirmohammadi, Luca Mari, Dario Petri

Tutto_Misure, 2, 2021

[16.4.21]

Eseguendo una ricerca di immagini con Google con la condizione “accuracy and precision”, dopo aver eliminato le pagine non esistenti o duplicate, si rileva che 78 dei primi 100 risultati introducono o spiegano i concetti di accuratezza e di precisione e le loro relazioni usando l'immagine di un bersaglio, colpito in punti che corrispondono a valori misurati di un misurando, la grandezza che si intende misurare, relativamente a un valore di riferimento, rappresentato dal centro del bersaglio. Si scopre però che 52 di questi 78 risultati, circa i due terzi dunque, contengono immagini simili a quelle mostrate nella Figura 1, che nella migliore delle ipotesi sono fuorvianti, ma di fatto sono errate se si fa riferimento alle definizioni contenute nelle norme e nelle linee guida di maggior rilievo.

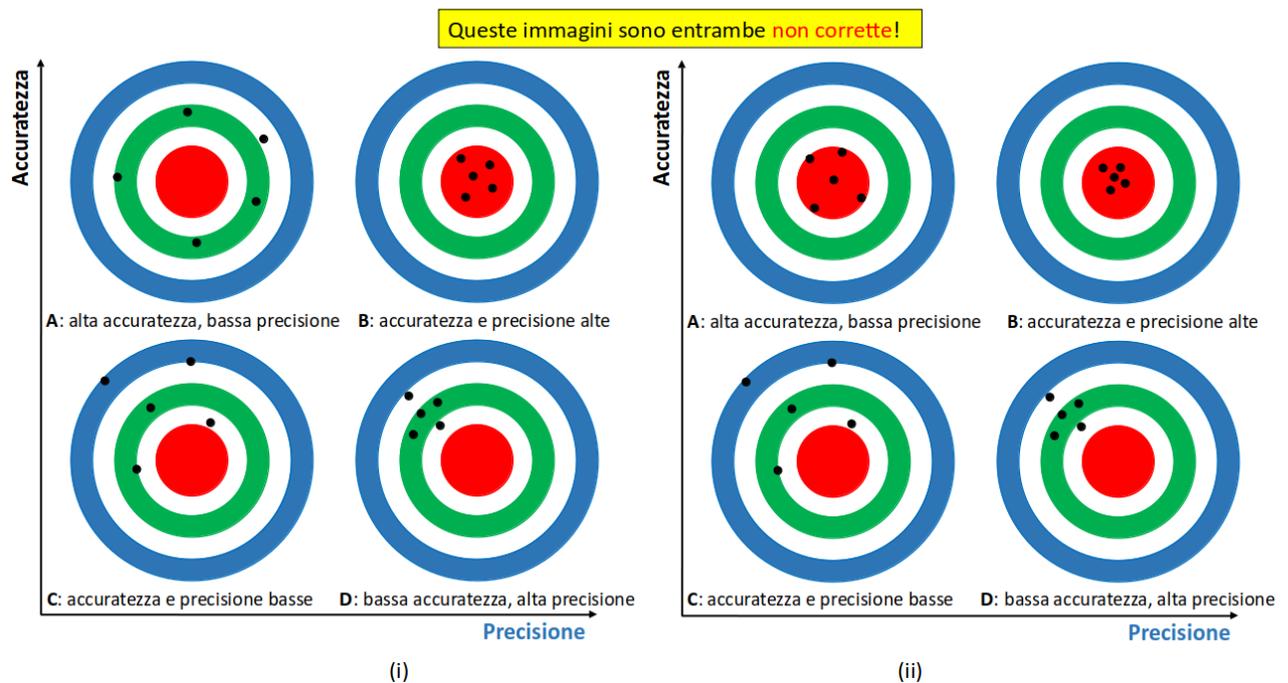


Figura 1: Rappresentazioni di accuratezza e precisione, usate comunemente ma errate

La ricerca con Google ha restituito figure simili alla Figura 1 (i) e (ii) rispettivamente 25 e 27 volte. Tra i primi 20 risultati di ricerca, che sono quelli a cui fa riferimento la grande maggioranza delle persone, si sono ottenute immagini corrette solo all'11o, 13o, 15o e 19o posto. La maggior parte delle 52 immagini errate non si trova in documenti pubblicati su riviste attraverso un processo di *peer review* – e questo conferma l'idea generale che non si dovrebbe credere a tutto ciò che si trova su Internet – ma in alcuni casi i risultati errati sono contenuti in articoli pubblicati su riviste prestigiose. Ovviamente, il risultato della ricerca è soggetto a incertezza: ripetendo l'esperimento in un'area geografica diversa, o con una lingua diversa, o in un momento diverso, è plausibile che i risultati ottenuti sarebbero un poco diversi. È comunque ragionevole concludere che, allo stato attuale, molti dei risultati di ricerca su web fornirebbero informazioni errate, e questo è un fatto piuttosto preoccupante. Questo breve articolo si propone di offrire ai lettori interessati qualche semplice

considerazione sulle definizioni di ‘accuratezza’ e di ‘precisione’, e quindi sulla loro corretta rappresentazione visuale. La presentazione dei concetti è mantenuta semplice e accessibile, anche talvolta al costo di un po’ di rigore.

Ci sono due ragioni per affermare che il contenuto della Figura 1 non è corretto. La prima si basa su ciò che si intende comunemente per “accuratezza”. In breve, nelle parti A della Figura 1 si assume che l’accuratezza sia alta perché la posizione media dei punti è prossima al centro del bersaglio; questo è errato perché l’accuratezza dovrebbe essere considerata per ogni singolo punto, ossia per ciascun valore misurato. Ciò è ovvio considerando che i punti nella parte A della Figura 1 (i) sono lontani dal centro del bersaglio come lo sono i punti nella parte D della stessa figura, che vuole rappresentare un caso di bassa accuratezza. Non si dovrebbe dunque ritenere accurato un sistema che produce un risultato come quello rappresentato nella parte A. Nella parte A della Figura 1 (ii) le cose vanno meglio, dato che i punti sono ora più vicini al centro del bersaglio, ma questo causa un altro problema in quanto punti ugualmente lontani tra loro sono considerati un caso di bassa precisione nella parte A, ma di alta precisione nella parte D. Infatti, come sarà fatto notare tra poco, “alta accuratezza e bassa precisione” è contraddittorio: uno strumento di misura non può essere accurato e impreciso allo stesso tempo. La seconda ragione per cui il contenuto della Figura 1 non è corretto si basa su due documenti tecnici, il *Vocabolario Internazionale di Metrologia* (VIM) [1] e la norma ISO 5725 [2], che presentano in modo chiaro le relazioni esistenti tra accuratezza e precisione.

Prima di fare riferimento a questi documenti per ottenere indicazioni su come evitare gli errori presenti in Figura 1, è però opportuna una precisazione: accuratezza e precisione possono essere caratteristiche sia di strumenti di misura sia di risultati di misura e, in particolare, di valori misurati. Questa distinzione è particolarmente importante per quanto riguarda l’accuratezza, come risulta chiaro se ci si chiede: quando si considera l’accuratezza, il centro del bersaglio è noto? Lo è, o almeno può esserlo, nel caso degli strumenti di misura, in quanto il valore di riferimento può essere fornito da un campione di misura disponibile presso il produttore dello strumento. In generale il centro del bersaglio non è invece noto nel caso di un risultato di misura, dato che in questo caso il valore di riferimento è il valore vero del misurando, che è inconoscibile, come ricorda anche il VIM [1, 2.11 Nota 1]. Questa distinzione tra bersaglio di posizione nota oppure ignota è cruciale per comprendere quanto segue.

L’accuratezza e la precisione hanno una connessione interessante con l’*errore di misura*, definito dal VIM come “valore misurato di una grandezza meno un valore di riferimento di una grandezza” [1, 2.16]. Se si assume che il valore di riferimento sia noto, come è tipico dunque quando si considera l’accuratezza di uno strumento di misura (ma non quella di un risultato di misura), nell’errore di misura si possono distinguere due componenti: l’errore sistematico e l’errore casuale. Secondo il VIM, l’*errore di misura sistematico* è la “componente dell’errore di misura che in presenza di misurazioni ripetute rimane costante o varia in maniera prevedibile” [1, 2.17]. Esempi di cause di errori sistematici sono una non corretta taratura degli strumenti, errori di lettura dell’indicazione fornita da strumenti analogici, e l’instabilità degli strumenti stessi. In Figura 1 (i) e (ii), parti C e D, a causa di errori sistematici la posizione media dei punti non cade in prossimità del centro del bersaglio. Questo scostamento (in inglese: *bias*) è pertanto una stima dell’errore sistematico [1, 2.18], che può essere conosciuto solo se la posizione del centro del bersaglio è nota: gli errori sistematici sono dunque conoscibili solo quando il valore di riferimento è noto.

In modo complementare, secondo il VIM l’*errore di misura casuale* è definito come la “componente dell’errore di misura che in presenza di misurazioni ripetute varia in maniera non prevedibile” [1, 2.19]. Esempi di cause di errori casuali sono i rumori e le interferenze a cui lo strumento è soggetto, come pure possibili fluttuazioni delle condizioni ambientali. In Figura 1 (i), a causa di errori casuali, i punti nelle parti A e C sono più lontani tra loro di quanto non lo siano i punti nelle parti B e D. In

ciascuna parte, gli errori casuali possono essere descritti da una distribuzione di probabilità a media nulla – per definizione lo scostamento dallo zero è considerato un errore sistematico – e con varianza che cresce all'aumentare dell'ampiezza degli errori casuali. È importante notare che gli errori casuali non dipendono da un valore di riferimento: anche se il centro del bersaglio rimane nascosto, l'informazione sulla dispersione relativa dei punti risulta chiaramente.

Per meglio comprendere la distinzione tra errori sistematici ed errori casuali occorre considerare una terza caratteristica, oltre all'accuratezza e alla precisione, che il VIM e la serie di standard tecnici ISO 5725 chiamano in inglese *trueness*, tradotto in italiano “giustezza” (nel caso del VIM) oppure “esattezza” (nel caso della ISO 5725). L'idea di base è semplice: analogamente all'errore di misura che è composto da una componente sistematica e una componente casuale, anche l'accuratezza presenta due componenti: giustezza e precisione. E dunque, come gli errori di misurazione influenzano l'accuratezza dello strumento, gli errori sistematici influenzano la sua giustezza e gli errori casuali hanno effetto sulla sua precisione. Con questa premessa la definizione di *giustezza* data nella ISO 5725 diventa ancora più chiara: “grado di concordanza tra il valore medio ottenuto a partire da grande insieme di risultati di prova e un valore di riferimento accettato” [2, 3.7].

Questa definizione si riferisce a “risultati di prova”, anziché a risultati di misura o a valori misurati: ciò sottolinea come la giustezza possa essere attribuita a uno strumento di misura, e lo stesso vale anche per altre definizioni riportate nel seguito. Pertanto, poiché la posizione media dei punti nelle parti C e D della Figura 1 (i) e (ii) non è vicina al centro del bersaglio, la corrispondente giustezza è bassa. Viceversa, la giustezza associata ai punti nelle parti A e B è alta in quanto la posizione media dei punti è molto vicina al centro del bersaglio. Questo significa che sarebbe stato corretto etichettare l'asse verticale della Figura 1 come “giustezza” anziché “accuratezza”. La giustezza è quindi la caratteristica di uno strumento che indica la sua capacità di evitare errori sistematici: minori sono gli errori sistematici – ovvero, quanto più vicina è la media dei valori misurati al valore di riferimento – e maggiore è la giustezza.

Ma cosa si può dire sulla precisione? La *precisione* è definita nella ISO 5725 come il “grado di concordanza tra risultati di prova indipendenti ottenuti nelle condizioni stabilite” [2, 3.12]. La precisione dipende pertanto solo dalla distribuzione degli errori casuali e non è dipendente dal valore di riferimento. Come si può vedere nella Figura 1 (i), i punti sono vicini l'un con l'altro nelle parti B e D, mentre sono più distanti tra loro nelle parti A e C. La figura sta quindi visualizzando correttamente la precisione dello strumento. La precisione è pertanto la caratteristica di uno strumento che ne indica la capacità di evitare errori casuali: minori sono gli errori casuali (cioè, più i valori misurati sono vicini tra loro) e maggiore è la precisione. Questa osservazione fornisce la prima versione corretta, mostrata in Figura 2, dell'errata Figura 1.

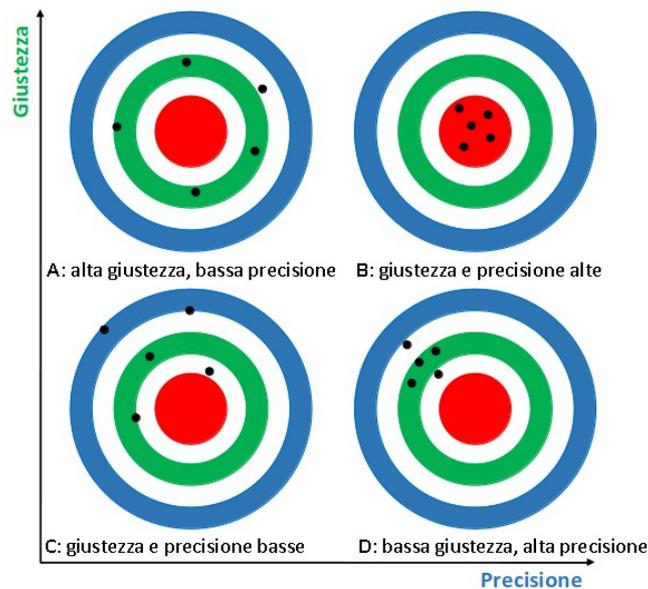


Figura 2: Un modo per correggere la Figura 1; la giustezza non è però molto usata, cosa che potrebbe rendere non sufficientemente utile questa rappresentazione

Problema risolto? Non proprio. Infatti, a differenza della precisione, la giustezza è usata raramente, e comunque la Figura 2 non include l'accuratezza, che invece è una caratteristica importante da rappresentare. Per fare questo occorre prima definire di cosa si tratta. La ISO 5725 definisce l'*accuratezza* come il “grado di concordanza tra un risultato di prova e il valore di riferimento accettato” [2, 3.6]. L'accuratezza è dunque definita per un'unica misurazione, o un'unica prova, mentre la giustezza e la precisione richiedono di ripetere la misurazione per ottenere un campione di valori. È poi importante notare che l'accuratezza, come la giustezza e diversamente dalla precisione, dipende da un valore di riferimento. E infatti, il VIM, che in questo fa riferimento a risultati di misura invece che a strumenti di misura e definisce l'*accuratezza* come “grado di concordanza tra un valore misurato e un valor vero di un misurando” [1, 2.13], è esplicito nel notare che l'accuratezza non è valutabile quantitativamente e afferma che “una misurazione è ritenuta tanto più accurata quanto minori sono gli errori di misura che la caratterizzano” [1, 2.13, Nota 1]. Ovviamente le stesse considerazioni valgono per la giustezza.

Sebbene l'accuratezza sia definita per ogni singola misurazione, potrebbe interessare non tanto l'accuratezza di uno specifico risultato di misura, la cui distanza dal valore di riferimento dipende in modo non prevedibile anche da errori casuali: quello che intende affermare la definizione della ISO 5725 è invece che uno strumento può dirsi accurato se *tutti* (o almeno *la maggior parte*) dei risultati che produce sono accurati.

Le conseguenze sono ora chiare.

1. Poiché l'accuratezza dipende sia dall'errore sistematico sia dall'errore casuale che influenzano ogni singola misurazione, i produttori di strumenti possono valutare quantitativamente l'accuratezza dei loro prodotti, nonostante non esistano procedure standardizzate per valutare l'accuratezza in funzione della giustezza e della precisione.
2. Per avere un'elevata accuratezza, uno strumento deve presentare un'elevata giustezza e un'elevata precisione. Ne segue che il concetto di alta precisione e bassa precisione, dichiarato nella parte A della Figura 1 (i) e (ii) non ha senso, dato che la precisione contribuisce all'accuratezza. Per questo motivo, una rappresentazione come quella della Figura 3 è corretta, ma ancora parziale, in quanto non esplicita il ruolo della giustezza e della precisione nel determinare l'accuratezza. Migliore è la

rappresentazione nella Figura 4, che mostra come la giustezza e la precisione contribuiscono indipendentemente a determinare l'accuratezza.



Figura 3: Una rappresentazione corretta, ma parziale

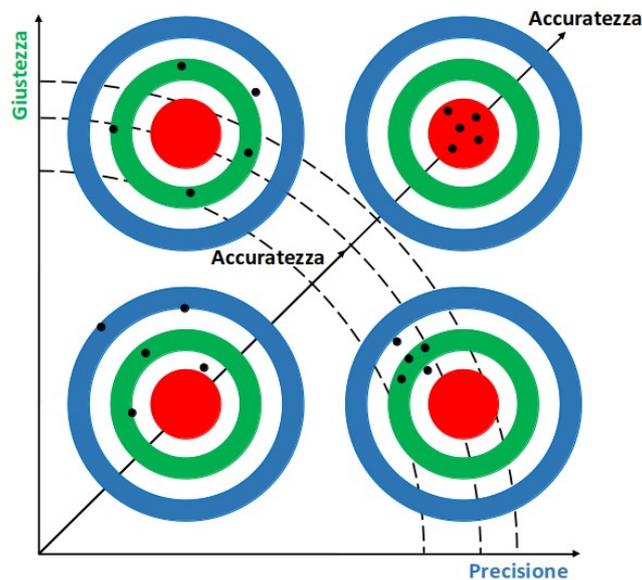


Figura 4: Una rappresentazione corretta e completa

Tornando alla ricerca con Google, i 26 risultati con immagini corrette consistono in 23 immagini simili alla Figura 3 e 3 immagini simili alla Figura 4. Non sorprende che non siano state trovate immagini simili alla Figura 2, che mostra la giustezza e la precisione, ma non l'accuratezza.

Sullo stesso argomento, la Figura 5 mostra un'altra immagine errata, meno usata, ma comunque degna di nota.

Queste immagini sono entrambe **non corrette!**

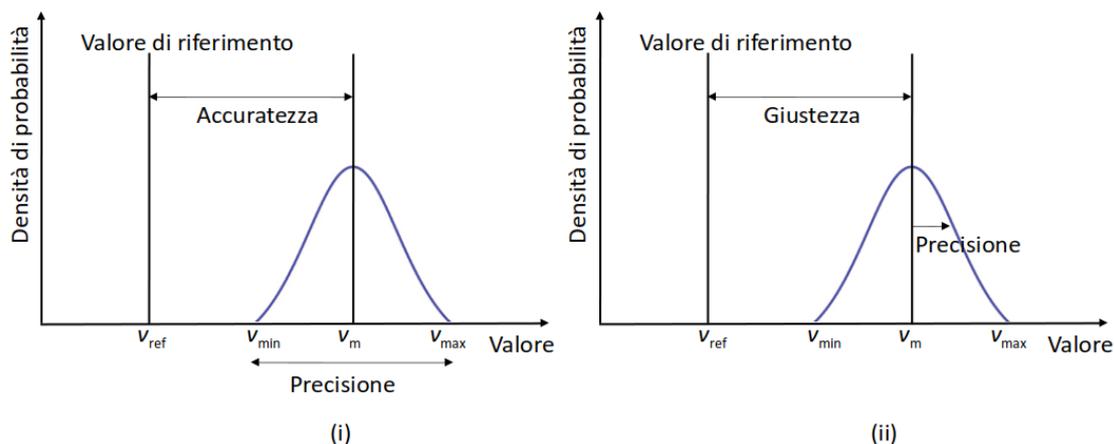


Figura 5: Rappresentazioni usate comunemente ma errate

La figura mostra che i valori ottenuti da misurazioni ripetute dello stesso misurando sono distribuiti tra v_{\min} e v_{\max} , con una distribuzione di probabilità rappresentata dalla curva blu, e con l'assunzione – che accettiamo qui – che il valore di riferimento v_{ref} sia noto. La Figura 5 (i) presenta comunque ancora tre problemi:

1. associa l'offset di v_m (la media della distribuzione) dal valore di riferimento V_{rif} con l'accuratezza, anziché con la giustezza;
2. trasmette il messaggio che maggiore è la distanza tra v_m e v_{ref} maggiore è l'accuratezza, mentre è vero il contrario!
3. analogamente, trasmette il messaggio che maggiore è il distanza tra v_{\min} e v_{\max} , maggiore è la precisione, mentre in realtà è vero il contrario!

La Figura 5 (ii) risolve il primo problema ma presenta ancora il secondo e il terzo problema, solo in riferimento alla giustezza anziché all'accuratezza.

La Figura 6 mostra la versione corretta di questa forma di visualizzazione facendo riferimento alle due componenti dell'errore di misura, sempre nell'ipotesi che il valore di riferimento sia noto. Si noti che è stata modificata anche l'etichetta dell'asse verticale da "densità di probabilità" a "distribuzione di probabilità": infatti la densità implica la continuità dei valori, mentre in una misurazione i valori sono sempre su scale discrete a causa della risoluzione finita degli strumenti di misura.



Figura 6: Una rappresentazione corretta

Concludendo, l'accuratezza è parte della caratterizzazione di uno strumento di misura, ma non di un risultato di misura, poiché richiede la conoscenza di un valore di riferimento, che non è disponibile

nelle misurazioni. In quest'ultimo caso, infatti, il parametro che riassume la distribuzione dei valori misurati è l'incertezza di misura. Secondo la *Guida all'espressione dell'incertezza di misura* (GUM), l'incertezza è un "parametro, associato al risultato di una misura, che caratterizza la dispersione dei valori ragionevolmente attribuibili al misurando" [3, 2.2.3]. In generale, l'incertezza di misura comprende diverse componenti che possono manifestarsi con effetti casuali o sistematici [4], [5]. Alcune componenti possono essere valutate applicando metodi statistici (detti metodi di "valutazione di categoria A" [3, 2.3.2]) ai valori ottenuti mediante misurazioni ripetute; altre componenti, per essere valutate, richiedono invece metodi non statistici (detti metodi di "valutazione di categoria B" [3, 2.3.3]), basati sull'esperienza o sull'informazione disponibile a priori. L'accuratezza dello strumento di misura utilizzato influisce sulla componente dell'incertezza di misura denominata "incertezza strumentale": maggiore è l'accuratezza dello strumento, minore è l'incertezza strumentale dei risultati prodotti. I lettori interessati a maggiori approfondimenti sull'argomento possono trovare in [4] una breve introduzione sull'incertezza di misura e in [5] una panoramica sui fondamenti della misurazione.

Riferimenti bibliografici

- [1] CEI UNI 70099:2010, Vocabolario Internazionale di Metrologia - Concetti fondamentali e generali e termini correlati (VIM)
- [2] UNI ISO 5725-1:2004 Accuratezza (esattezza e precisione) dei risultati e dei metodi di misurazione - Parte 1: Principi generali e definizioni
- [3] CEI UNI 70098-3:2016, Incertezza di misura - Parte 3: Guida all'espressione dell'incertezza di misura
- [4] A. Ferrero, S. Salicone, Measurement uncertainty, IEEE Instrum. Meas. Mag., 9, 3, 44-51, 2006
- [5] L. Mari, P. Carbone, D. Petri, Measurement fundamentals: a pragmatic view, IEEE Trans. Instrum. Meas., 61, 8, 2107-2115, 2012