

Qualche considerazione sul concetto di ‘modello di misura’  
Luca Mari, Roberto Buccianti, Marco Cibien, Annarita Lazzari

Tutto\_Misure, 1, 2019

[28.1.19]

E’ in corso di elaborazione un nuovo documento della serie *Guida all’espressione dell’incertezza di misura* (GUM, JCGM 100:2008; norma italiana UNI CEI 70098-3:2016), dedicato allo *sviluppo e all’uso di modelli della misurazione* (per ora indicato convenzionalmente come “Supplemento 3” alla pagina web che presenta la serie: [www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html](http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html)). Data l’importanza dell’argomento, proponiamo qui qualche considerazione al proposito, con l’obiettivo di mettere in luce, a partire dall’analisi di ciò che la GUM intende quando tratta di modelli di misura e dalla definizione che ne dà il *Vocabolario Internazionale di Metrologia* (VIM, terza edizione, JCGM 200:2012; norma italiana UNI CEI 70099:2008), qualche aspetto della struttura del processo di misurazione stesso.

La GUM introduce i modelli di misura (usiamo nel presente articolo questa forma breve invece di “modello della misurazione”; nelle versioni inglesi della GUM e del VIM è “measurement model”) in questo modo (punto 4.1):

Nella maggior parte dei casi il misurando  $Y$  non viene misurato direttamente, ma determinato mediante altre  $N$  grandezze  $X_1, X_2, \dots, X_N$  attraverso una relazione funzionale  $f$ :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Poche righe sotto è proposto un esempio:

Se ai terminali di un resistore avente resistenza  $R_0$  alla temperatura  $t_0$  e dipendente linearmente dalla temperatura secondo un coefficiente  $\alpha$  si applica una differenza di potenziale  $V$ , la potenza  $P$  (il misurando) dissipata dal resistore alla temperatura  $t$  dipende da  $V$ ,  $R_0$ ,  $\alpha$  e  $t$  secondo l’equazione

$$P = f(V, R_0, \alpha, t) = V^2 / \{R_0[1 + \alpha(t - t_0)]\} \quad (1)$$

Si tratta di un risultato di fisica elementare: la relazione tra resistenza, temperatura, tensione applicata e potenza dissipata in un resistore può essere descritta dalla funzione  $f$ . Tale funzione è dunque un modello matematico *del comportamento del resistore*. Se tutto ciò è ovvio, meno ovvio è il fatto che la GUM tratti questa funzione come un esempio di modello matematico *della misurazione*. Certo, non è logicamente impossibile che una stessa entità sia nello stesso tempo modello del comportamento di un dispositivo fisico e modello di una misurazione, ma la questione merita qualche attenzione.

Torniamo alla GUM, che al punto 4.1.4 fornisce un chiarimento:

Dall’equazione (1) si ricava una stima del misurando  $Y$ , indicata come  $y$ , usando stime d’ingresso  $x_1, x_2, \dots, x_N$  per i valori delle  $N$  grandezze  $X_1, X_2, \dots, X_N$ . La stima d’uscita  $y$ , che è il risultato della misurazione, è dunque data da:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

Si usa dunque una legge fisica per calcolare il valore di una grandezza  $Y$  a partire dai valori di altre grandezze  $X_i$ , una situazione usuale e che non ha nulla di problematico. Sugeriamo che meriti invece una riflessione l’idea che  $f$  è *il modello matematico di una misurazione* (quello che la GUM stessa scrive, per esempio al punto 4.1.2).

Che la questione sia delicata lo si comprende analizzando il passo della GUM citato sopra: mediante  $f$  *si calcola un valore per il misurando*. Poiché lo scopo basilare della misurazione è proprio di ottenere

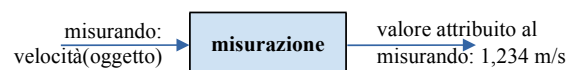
un valore per il misurando (secondo il VIM, definizione 1.1, una misurazione è un “processo volto a ottenere sperimentalmente uno o più valori che possono essere ragionevolmente attribuiti a una grandezza”), possiamo concluderne che un’equazione come (1) è parte costitutiva del processo di misurazione. Ma questo non è strano? Si costruiscono modelli perché forniscano interpretazioni di qualche aspetto delle entità interpretate, non perché ne siano parte. Insomma, per esempio un modello, fisico o informazionale, del nostro sistema solare è utile perché descrive qualche aspetto del sistema, ma non ci si aspetta che sia parte di esso. Certo, per esempio il modello matematico di un aeroplano può essere incluso come sottosistema software nel sistema di controllo dell’aeroplano, ma ciò è utile perché il modello è una descrizione dell’entità modellata, e quindi consente di prevederne il comportamento mediante la sua simulazione e quindi di anticipare delle decisioni che il sistema di controllo dovrà prendere. Nel caso di quello che la GUM considera un modello di misura non pare però che ci sia nulla del genere. Nell’esempio citato sopra, la funzione che calcola la potenza dissipata dal resistore *non describe* una misurazione, ma *è* una misurazione, o meglio *è una parte* di essa. In altre parole, in coerenza con quanto espresso nella GUM una misurazione sarebbe un processo caratterizzato da una relazione funzionale  $f$  tra grandezze “d’ingresso”  $X_i$  e (nel caso univariato) una grandezza “di uscita”  $Y$ , il misurando, tale che mediante  $f$  si calcola un valore per  $Y$  a partire dai valori delle  $X_i$ .

Se chiedessimo al proverbiale uomo della strada di descrivere una misurazione, e di farlo come un processo con ingressi e uscite, è plausibile che ci proporrebbe qualcosa del tipo: “ero interessato a sapere quanto è veloce un certo oggetto, e misurando la velocità dell’oggetto ho ottenuto l’informazione che cercavo”. Dunque:

\* prima della misurazione, e dunque *in ingresso* al processo: velocità(oggetto) = ?

\* dopo la misurazione, e dunque *in uscita* dal processo: velocità(oggetto) = 1,234 m/s

Potremmo suggerire qualche affinamento di questa descrizione, in particolare per specificare in qualche modo delle grandezze di influenza in ingresso al processo e un’incertezza di misura in uscita, ma la logica non cambierebbe: la misurazione è un processo che, di principio, ha *in ingresso la grandezza di un oggetto* (velocità(oggetto) nell’esempio), al cui valore si è interessati, e ha *in uscita un valore* per quella grandezza (1,234 m/s nell’esempio).

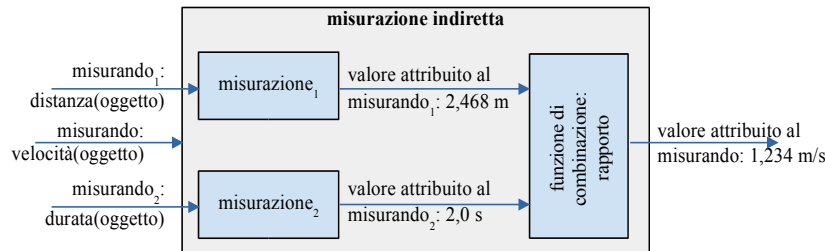


Ciò rende ben conto del ruolo fondamentale della misurazione: un processo che produce informazione (valori di grandezze) su, e a partire da, entità empiriche (grandezze di oggetti).

#### **Entità empiriche ed entità informazionali**

La distinzione tra entità empiriche ed entità informazionali è cruciale per comprendere il ruolo della misurazione. Senza entrare in dettagli, si può considerare che empirico è ciò che può produrre effetti in una relazione causa-effetto, “ciò che appartiene all’esperienza” secondo il Vocabolario Treccani. Dunque sono empiriche in particolare le grandezze fisiche, che sono cause di effetti osservabili, per esempio sugli strumenti di misura, mentre non sono empiriche per esempio le proprietà dei numeri, come l’essere pari o avere un certo numero di divisori. Questo significato di “empirico” non è dunque quello peggiorativo, “risultato di osservazione superficiale, priva di principi e norme metodiche”, sempre secondo il Vocabolario Treccani.

Quanto ne scrive la GUM è però diverso. Leggiamolo un'altra volta: “nella maggior parte dei casi il misurando  $Y$  non viene misurato direttamente, ma determinato mediante altre  $N$  grandezze  $X_1, X_2, \dots, X_N$  attraverso una relazione funzionale  $f$ ”. Dunque – se ne potrebbe concludere – la GUM si occupa di questa “maggior parte dei casi”, in cui la misurazione è realizzata con un metodo *indiretto*: per esempio, la velocità media  $Y$  di un oggetto potrebbe essere misurata misurando la distanza  $X_1$  che l'oggetto percorre in un certo intervallo di tempo di durata  $X_2$ , a sua volta da misurare, e quindi calcolando la funzione  $Y = f(X_1, X_2) = X_1 / X_2$  sui valori così ottenuti per ottenere il risultato cercato.



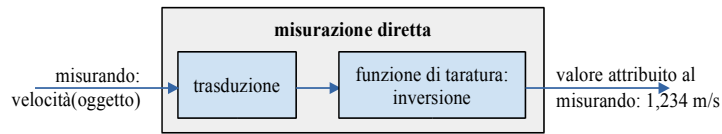
Pare chiaro perciò che la funzione che la GUM considera un modello di misura è ciò che nella figura è la funzione di combinazione: dunque *la componente computazionale del processo*.

La misurazione indiretta si distingue dal calcolo perché include anche una o più misurazioni realizzate con un metodo diretto, come potrebbe essere per la misurazione di una distanza  $X_1$  e di una durata  $X_2$  nel nostro esempio. Per comprendere meglio la rilevanza di questo punto rispetto al ruolo dei modelli di misura, rivolgiamoci di nuovo al VIM, che nella sua attuale, terza edizione ha recepito e sviluppato in una prospettiva terminologica alcuni concetti della GUM. La definizione del VIM di ‘modello di misura’ (2.48) è “relazione matematica tra tutte le grandezze che si conosce essere coinvolte in una misurazione”. Una nota alla definizione chiarisce che la forma generale di tale relazione è “l’equazione  $h(Y, X_1, \dots, X_N) = 0$ , dove la grandezza d’uscita  $Y$  è il misurando, il cui valore deve essere ottenuto dalle informazioni sulle grandezze d’ingresso  $X_1, \dots, X_N$ ”. Questo è coerente con, e solo più generale di, quanto scritto nella GUM. E infatti si ottiene l’equazione (1), riportata sopra dalla GUM, quando “un modello di misura  $h(Y, X_1, \dots, X_N) = 0$  può essere scritto esplicitamente nella forma  $Y = f(X_1, \dots, X_N)$ , dove  $Y$  è la grandezza d’uscita” (VIM, nota 1 alla definizione 2.49). Il VIM ha un termine specifico per la  $f$ : “funzione di misura”.

Una nota alla definizione di ‘grandezza d’ingresso del modello di misura’ (2.50) ci fornisce poi un’informazione preziosa: “Indicazioni, correzioni e grandezze d’influenza possono essere grandezze d’ingresso del modello di misura.”. Un modello di misura (sempre nel senso della GUM e del VIM) può avere come grandezza di ingresso  $X_i$  l’indicazione che lo strumento di misura produce come risultato della sua interazione con la grandezza sottoposta a misurazione. Nell’esempio precedente, di misurazione indiretta, non abbiamo dovuto occuparci di indicazioni perché gli strumenti di misura sono rimasti “dentro la scatola”, della misurazione<sub>1</sub> e della misurazione<sub>2</sub>. Ma ora se ci sono indicazioni ci sono strumenti, che realizzano misurazioni con un metodo *diretto*.

Prendiamo il caso (semplificato) di un tachimetro che trasduce velocità (in effetti velocità angolari, ma la differenza non è rilevante qui) per esempio in intensità di corrente elettrica, che quindi ha il ruolo dell’indicazione. Le grandezze di ingresso allo, e di uscita dallo, strumento sono dunque invertite rispetto al modello di misura: ciò che lo strumento ha in ingresso (una velocità, che idealmente coincide con il misurando) è in uscita al modello, e viceversa ciò che lo strumento ha in uscita (un’intensità di corrente elettrica, cioè l’indicazione) è in ingresso al modello. Si direbbe

dunque che in questo caso ciò che, sulla scorta della GUM, il VIM chiama “modello di misura” sia *la funzione di taratura* dello strumento, che ricostruisce in forma inversa il comportamento dello strumento e, dal valore di un’indicazione, consente di calcolare un valore per il misurando (naturalmente stiamo sempre semplificando, tralasciando di considerare in particolare le grandezze di influenza sul comportamento dello strumento).



Il fatto che con lo stesso termine, “modello di misura”, si indichi sia la funzione di taratura di una misurazione diretta sia la funzione di combinazione di una misurazione indiretta non pare il modo migliore per rendere comprensibile l’argomento. Se infatti l’analogia è chiara – entrambe le funzioni costituiscono la componente computazionale della misurazione – le differenze sono importanti.

<i>La funzione di taratura di una misurazione diretta</i>	<i>La funzione di combinazione di una misurazione indiretta</i>
ricostruisce il comportamento di uno strumento di misura, essendo l’inversa della funzione di trasduzione;	descrive la relazione tra grandezze dell’oggetto in considerazione (velocità, distanza, durata), e non il comportamento di uno strumento;
la sua inversa (cioè la funzione di trasduzione) descrive la relazione causa-effetto realizzata dallo strumento,	non coinvolge necessariamente relazioni causa-effetto,
e infatti l’uscita della sua inversa è l’indicazione dello strumento.	e non ha a che vedere con indicazioni di strumenti.
Il fatto che lo strumento debba essere tarato corrisponde al fatto che la funzione non è completamente nota (per esempio potrebbe essere una funzione parametrica, con la taratura fornisce i valori dei parametri).	Dato che la funzione non ha a che vedere con strumenti, è nota indipendentemente dal fatto che ci siano strumenti da tarare.
Grazie alla taratura dello strumento, dal valore dell’indicazione la funzione consente di calcolare un valore per il misurando.	Dal valore di “grandezze di ingresso”, caratteristiche dell’oggetto in considerazione e non dello strumento, la funzione consente di calcolare un valore per il misurando.

Il problema che abbiamo posto non è dunque solo lessicale, se il termine “modello di misura” sia più o meno ben scelto (peraltro non sarebbe il primo termine semanticamente opinabile in ambito metrologico; si pensi solo a “pesi e misure”, residuo di un passato in cui i “pesi” non erano “misure”...): la questione è piuttosto che l’immagine della misurazione che si ottiene da quello che la GUM e il VIM chiamano “modello di misura” è quella di un processo di calcolo. Come molti altri campi di conoscenza, anche la scienza della misurazione sta adattandosi ai cambiamenti che la diffusione dei sistemi digitali sta inducendo. In una situazione di “datafication” come quella che stiamo vivendo, con “big data” che sembrano rendere sempre meno rilevante la connessione con il mondo fisico, la scienza della misurazione ha l’obiettivo strategico di enfatizzare che la misurazione,

pur includendo componenti computazionali, *non è computazione: è anche e fondamentalmente un processo empirico*, finalizzato a produrre informazione sulle grandezze empiriche di interesse. Un riesame critico del concetto di ‘modello di misura’ – di notevole rilevanza per la scienza della misurazione – potrebbe avere una qualche utilità anche per questo obiettivo.