La misurazione, tra conservazione e riforma
Luca Mari

Tutto_Misure, 3, 2018

[9.7.18]

Recentemente il coordinatore del gruppo di lavoro (JCGM/WG2) incaricato dello sviluppo del Vocabolario Internazionale di Metrologia (VIM) ha inviato una lettera al presidente del Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) per suggerire la possibilità che la prossima edizione del VIM includa una definizione estesa di 'misurazione', in cui si considerino come misurabili in linea di principio anche proprietà non quantitative, perché soggette solo a ordinamento ("grandezze ordinali", o come probabilmente il prossimo VIM le rinominerà "proprietà ordinali") o anche solo a classificazione ("proprietà classificatorie", in inglese "nominal properties"). Si tratterebbe di un cambiamento di notevole rilevanza, che farebbe automaticamente rientrare la valutazione di tali proprietà nella metrologia (la "scienza della misurazione e delle sue applicazioni" secondo il VIM), estendendone così il campo di applicazione. E' un cambiamento giustificato? da approvare o rifiutare?
Come accade per ogni documento del JCGM, anche la bozza della prossima edizione del VIM sarà fatta circolare per commenti, e alla fine ognuna delle otto organizzazioni internazionali che costituiscono il JCGM sarà chiamata a esprimere un voto. Poiché almeno attraverso UNI e CEI, emanazioni nazionali di ISO e IEC rispettivamente, vari lettori di Tutto_Misure potranno proporre il loro punto di vista, mi pare appropriato anticipare per quanto possibile la riflessione e la discussione: i contributi sono ben accetti, soprattutto se proposti ancora in fase di costruzione.
Anche allo scopo di avviare, auspicabilmente, questa riflessione e discussione, con quanto segue offro un'introduzione al tema oggetto della decisione che dovrà essere presa, cercando di rimanere, per quanto mi è possibile, neutrale rispetto alle alternative in gioco.

Misurare è un processo tradizionalmente applicato a grandezze, allo scopo di acquisire e presentare informazione su di esse nella forma di valori di grandezza, dunque multipli non necessariamente interi di unità, come 0,1234 m e 1,2345 kg.
Un risultato di misura, per esempio relativo alla lunghezza L di un oggetto a, L_a,

$$L_a = 0{,}12345 \text{ m}$$

stabilisce una relazione estremamente interessante, dato che connette un'entità empirica e un'entità matematica, nell'esempio la lunghezza dell'oggetto considerato e un valore di lunghezza (tralasciamo qui l'indicazione, per altro importante se non proprio necessaria, dell'incertezza di misura). Come scrisse Norman Campbell in *Physics - The elements*, 1920, "the object of measurement is to enable the powerful weapon of mathematical analysis to be applied to the subject matter of science". Ciò spiega il ruolo che alla misurazione è riconosciuto nella società, e giustifica le attività scientifiche e tecnologiche per incrementare il numero delle proprietà che si sanno misurare.

Un consolidato filone di attività a questo proposito riguarda l'estensione del dominio delle entità misurabili: considerate per lungo tempo solo grandezze fisiche, a partire dalla metà del

diciannovesimo secolo si è cominciato a studiare come rendere misurabili dapprima anche proprietà psicofisiche, come l'intensità percepita di una radiazione luminosa, e poi proprietà psicosociali, come l'intelligenza. Ciò ha generato importanti sviluppi di conoscenza, addirittura con la creazione di nuove discipline come la psicometria e l'econometria, ma, almeno in linea di principio, non ha richiesto la soluzione di alcun problema fondamentale: si è trattato di prendere il paradigma della misurabilità per grandezze fisiche e di cercare di applicarlo a proprietà non fisiche. Queste richieste di "entrare nel club della misurazione" hanno però sollecitato un'importante riflessione sulle condizioni di ammissione al club, che non erano mai state concordate e dichiarate in modo esplicito prima che ai soci fondatori arrivassero le prime richieste di ammissione: cosa rispondere a chi chiedeva, supponiamo, se l'intelligenza è misurabile, e cosa fare operativamente per renderla misurabile?
Ci si doveva rifare addirittura a Euclide, che negli *Elementi* aveva dichiarato che "una grandezza è parte di un'altra grandezza, la minore della maggiore, quando *misura* la maggiore" (enfasi aggiunta). Come si capisce, da questo riferimento non si ricava molto, e ciò perché Euclide è più un socio onorario che un socio fondatore del club, dato che "in the geometrical constructions employed in the Elements [...] empirical proofs by means of measurement are strictly forbidden", secondo Richard Fitzpatrick, curatore dell'edizione inglese dell'opera di Euclide. Insomma, a Euclide interessava definire il concetto matematico di grandezza, non il concetto empirico di misurazione. E in questo era stato trasparente, considerando che sempre negli *Elementi* aveva anche scritto per esempio che "un numero è parte di un altro numero, il minore del maggiore, quando *misura* il maggiore" (enfasi aggiunta). Purtroppo nel corso dei secoli questa ambiguità si è mantenuta, sovrapponendo la misurazione come processo empirico e la misura come relazione matematica, nonostante la questione fosse di principio chiara. Per esempio nel 1748 Thomas Reid aveva dichiarato, senza margine per dubbi, che "mathematics contains properly the doctrine of measure; and the object of this science is commonly said to be quantity; therefore quantity ought to be defined as what may be measured".
Il fatto che si parli qui di una "dottrina della misura", e non della misurazione, è un ulteriore indizio del pasticcio lessicale: se la misura è un'entità matematica e la misurazione è un'entità empirica, il verbo per entrambe è "misurare", e infatti si misura sia la superficie di figure geometriche sia la superficie di oggetti fisici, benché evidentemente le attività da compiere siano ben diverse (e purtroppo le cose stanno ancora peggio, dato che oggi si tende a usare il termine "measurement" anche per entità matematiche, come per esempio in "conjoint measurement" che, in accordo a Wikipedia, "is a general, formal theory of continuous quantity").
Insomma, ancora alle soglie del Novecento si poteva proporre in modo non controverso un'assiomatizzazione delle grandezze in quanto entità matematiche (come fece Otto Holder nel 1901), ma le condizioni di ammissione al club della misurazione rimanevano poco chiare: quale percorso tracciare per chi voglia cercare di rendere misurabile, nel senso empirico che ci interessa, una certa proprietà? quali condizioni chiedere che siano soddisfatte?

A questo proposito è opportuno chiarire una questione preliminare. La misurazione non è un fenomeno naturale, che possa essere scoperto e studiato nelle sue caratteristiche, e "misurazione" non è un termine protetto da un marchio registrato. Dunque per stabilire cosa rende misurabile una proprietà non possiamo né investigare la natura né fare riferimento a un sistema giuridico. Il significato di “misur-a/are/azione” è anzi cambiato nel corso del tempo (ancora nella seconda metà dell’Ottocento si diceva “pesi e misure”, come se pesare non fosse effettivamente misurare...) ed è parzialmente diverso in contesti disciplinari diversi. Dunque dovremo mettere nel conto una qualche convenzionalità nella decisione: almeno entro certi limiti, la misurazione è ciò che concordiamo essere tale. Il punto è di identificare delle condizioni convincenti, che possano essere spiegate e giustificate in modo semplice, chiaro ed esplicito.

Tra il 1920 e il 1950 le linee generali della soluzione al nostro problema erano state finalmente esplorate, e due posizioni radicalmente alternative erano emerse: le chiamerò per brevità *posizione conservatrice* e *posizione riformatrice*.

La posizione conservatrice si richiama al punto di vista euclideo e lo assume come fondante per caratterizzare non solo le grandezze ma anche la misurazione: in conseguenza, una proprietà è considerata misurabile se è additiva (come la lunghezza) o se è funzione di grandezze additive (come la densità). La prima formulazione organica di questa posizione si trova nel già citato *Physics - The elements* di Campbell, pubblicato nel 1920, ed è a quel testo che generalmente ci si rifà per sostenere che sono misurabili solo le grandezze a rapporti (nel riquadro è proposto qualche cenno per caratterizzare un po’ meglio la posizione conservatrice).

La posizione conservatrice, à la Campbell

Secondo questa posizione, una proprietà è misurabile se è invariante per composizione additiva o se è funzione di grandezze invarianti per composizione additiva.

Per esempio, la lunghezza L è misurabile perché le lunghezze L_a, L_b, L_c, ... di oggetti a, b, c, ... (in un dominio di oggetti specificato, che tra l’altro non include i gas e i liquidi) si possono comporre e la loro composizione soddisfa le proprietà de, cioè è isomorfa a, l’addizione: $L_a+L_b=L_b+L_a$, $(L_a+L_b)+L_c=L_a+(L_b+L_c)$, e così via. E la densità è misurabile perché è funzione della massa e del volume, che sono invarianti per composizione additiva.

La posizione stretta assume dunque che misurabili siano le grandezze a rapporti: se $L_a=L_b$ e $L_c=L_a+L_b$ allora si può scrivere $L_c=2L_a$ oppure anche $L_c/L_a=2$, così che rapporti di grandezze misurabili sono numeri: è questo il punto di contatto, secondo la posizione conservatrice, tra il mondo empirico e il mondo matematico. Per tali grandezze è possibile scegliere convenzionalmente un’unità di misura: infatti se decidiamo che L_a è la nostra unità di lunghezza – supponiamo di chiamarla L_{rif} – allora si può riscrivere $L_c=2L_a$ come $L_c=2L_{\mathrm{rif}}$, che ha la stessa forma della relazione $L_a=0{,}12345$ m da cui siamo partiti.

La posizione riformatrice concorda con Campbell che la misurazione ha lo scopo di connettere il mondo empirico delle proprietà e il mondo della matematica, ma puntualizza che da tempo la matematica ha smesso di essere la scienza dei numeri, ed è diventata la scienza delle strutture astratte, di cui i numeri sono solo un (importante) caso. Dunque ciò che è importante è che attraverso la misurazione si ottengano entità appartenenti a un insieme la cui struttura rifletta la struttura delle proprietà misurate: in questo modo le conclusioni tratte a partire dall'elaborazione delle relazioni tra risultati di misura sono valide anche per le proprietà misurate. Ciò si applica alle grandezze additive (se il l_x è il valore attribuito alla lunghezza L_x dell'oggetto x mediante una *buona* misurazione, e se $l_c=l_a+l_b$, allora se ne può inferire che $L_c=L_a+L_b$), ma vale anche per esempio per le proprietà ordinali (se il p_x è il valore attribuito a una certa proprietà ordinale P dell'oggetto x mediante una *buona* misurazione, se $p_a>p_b$, allora se ne può inferire che $P_a>P_b$). Alfiere di questa posizione è Stanley Stevens, che per primo presentò una classificazione delle principali strutture rilevanti per la misurazione, chiamandole "scale di misura", nell'articolo *On the theory of scales of measurement*, pubblicato nel 1946 (nel riquadro è proposto qualche cenno per caratterizzare un po' meglio la posizione riformatrice).

La posizione riformatrice, à la Stevens

Secondo questa posizione, una proprietà è misurabile se le sue istanze sono associabili a valori matematici, non necessariamente numeri, in modo che le relazioni empiriche tra istanze della proprietà corrispondano a relazioni matematiche tra i valori associati.

Per esempio, la lunghezza L è misurabile, in scala a rapporti, perché le lunghezze L_a, L_b, L_c, ... di oggetti a, b, c, ... si possono associare a valori di lunghezza l_a, l_b, l_c, ... in modo tale che se per esempio $L_c=L_a+L_b$ allora $l_c=l_a+l_b$. E la durezza Mohs è misurabile, in scala ordinale, perché le durezze D_a, D_b, ... di oggetti a, b, ... si possono associare a valori di durezza d_a, d_b, ... in modo tale che se per esempio $D_a>D_b$ allora $d_a>d_b$.

Una funzione che associa a una proprietà P_x un valore p_x che in questo senso conserva le relazioni si chiama "morfismo", e i morfismi sono dunque le entità che formalizzano la misurazione: è questo il punto di contatto, secondo la posizione riformatrice, tra il mondo empirico e il mondo matematico.

Benché con differenti accenti, a proposito delle grandezze a rapporti la posizione conservatrice e quella riformatrice giungono alle stesse conclusioni. E' sulle scale algebricamente più deboli, come la scala ordinale, che le differenze emergono: la posizione conservatrice esclude che una proprietà ordinale sia misurabile, mentre la posizione riformatrice fornisce delle condizioni rispettate le quali considera che la proprietà possa essere misurata.

Il problema posto a proposito della possibile estensione della definizione di 'misurazione' nella prossima edizione del VIM ben si colloca nella tensione tra posizione conservatrice e posizione riformatrice: il club della misurazione dovrebbe essere mantenuto ristretto o lo si dovrebbe allargare? Ci sono evidentemente buone ragioni da entrambe le parti. La riflessione potrebbe continuare, ma il parere argomentato dei lettori sarebbe prezioso.