C’è ancora una differenza tra misurare e calcolare? - Seconda parte

Luca Mari, Alessandro Giordani, Dario Petri

Tutto_Misure, 2, 2018

[14.4.18]

Nella prima parte di questo articolo, pubblicata nel numero precedente di Tutto_Misure (issuu.com/tutto_misure/docs/tm1_mar2018_completo_conlink), abbiamo introdotto e cominciato a discutere il problema che ci stiamo ponendo – *c’è una differenza tra misurare e calcolare?* – mostrandone la rilevanza anche strategica per la metrologia. Non è in discussione, naturalmente, l’importanza del calcolo nella misurazione: si pensi per esempio alle tecniche, analitiche o numeriche, per la propagazione dell’incertezza di misura presentate nella *Guida all’espressione dell’incertezza di misura* (GUM) e nei suoi supplementi (www.bipm.org/en/publications/guides/#gum). La questione è piuttosto se e come, in un contesto culturale e tecnico sempre più carico di informazione e di “virtualità”, la misurazione possa mantenere una propria identità, o se invece sia destinata a perdere progressivamente le sue caratteristiche tradizionali e diventare al più un tipo di calcolo.
Per ricominciare la nostra analisi, prendiamo qualche idea dal capitolo introduttivo, “Reality and imagination”, del libro “Measurement” di Paul Lockhart (Belknap, 2012) (i corsivi sono nostri).

> “There are many realities out there. There is, of course, the physical reality we find ourselves in. Then there are those imaginary universes that resemble physical reality very closely. [...] The thing is, physical reality is a disaster. It’s way too complicated, and nothing is at all what it appears to be. Objects expand and contract with temperature, atoms fly on and off. In particular, *nothing can truly be measured*. A blade of grass has no actual length. Any measurement made in this universe is necessarily a rough approximation. [...] Mathematical reality, on the other hand, is imaginary. It can be as simple and pretty as I want it to be. I get to have all those perfect things I can’t have in real life. I will never hold a circle in my hand, but I can hold one in my mind. And *I can measure it*.”

Interessante, vero? Ciò che Lockhart pare assumere è che possiamo misurare solo ciò che esiste in modo determinato e stabile. Quindi, se niente nel mondo empirico esiste in modo determinato e stabile, niente nel mondo empirico è misurabile. Confrontiamo questa posizione con la nota affermazione di Lord Kelvin (W. Thomson, Electrical Units of Measurement, Popular Lectures and Addresses, 3 vols., London, 1889-91, Vol. I, p. 73):

> “I often say that when you can measure what you are speaking about, and express it in numbers, you know something about it; but when you cannot measure it, when you cannot express it in numbers, your knowledge is of a meagre and unsatisfactory kind; it may be the beginning of knowledge, but you have scarcely, in your thoughts, advanced to the stage of science, whatever the matter may be.”

Se Lockhart e Kelvin avessero entrambi ragione – e quindi se le proprietà empiriche non fossero “davvero misurabili” (Lockhart) e se una conoscenza non basata su misure fosse “povera e insoddisfacente” (Kelvin) – ne dovremmo concludere che il mondo empirico non sarebbe conoscibile!
Condividiamo la posizione di Kelvin: ci sono proprietà empiriche che sappiamo misurare e proprietà empiriche che non siamo in grado, o non siamo ancora in grado, di misurare. Le proprietà, e in particolare le grandezze, che sappiamo misurare sono tipicamente connesse mediante leggi, che ci consentono di conoscere alcuni aspetti fondamentali del mondo. Lockhart pare dunque confondere la condizione di stabilità di tali leggi con la condizione che gli oggetti empirici possiedano proprietà in

modo stabile. La misurazione è possibile perché, per quanto i nostri modelli ci consentono di comprendere, esistono relazioni stabili tra proprietà empiriche, in particolare nella forma di quelli che chiamiamo in metrologia "effetti di trasduzione" (per esempio l'effetto termoelettrico, che connette stabilmente temperature e differenze di potenziale elettrico), interpretate come leggi a loro volta stabili. Dunque, il fatto che le proprietà sono possedute in modo non stabile rende incerti i risultati, non impossibile la misurazione.

Inoltre, acquisire informazione su oggetti, fenomeni, ... empirici non è meno importante che esplorare (o creare) la realtà matematica: è necessario per conoscere il mondo, prevederne il comportamento e intervenire efficacemente su di esso, e farlo in modo che l'informazione acquisita sia affidabile è spesso critico. C'è perciò più di una ragione per cui ha senso interessarsi alla misurazione come processo empirico, che questa sia o no considerata una "rough approximation" di una realtà ideale ("immaginaria", scriverebbe forse Lockhart), ed è di questo che ci occupiamo qui.

In generale, nel progettare una misurazione costruiamo un modello astratto, tipicamente matematico, della proprietà che intendiamo misurare, del sistema che supporta questa proprietà e dell'interazione tra il sistema e l'ambiente in cui il processo di misurazione avviene. Questo modello ci aiuta a interpretare i dati che otteniamo empiricamente, con la consapevolezza che ciò che misuriamo, così come il processo di misurazione, è un'entità empirica. Il modello matematico è appunto solo un modello, un'idealizzazione: dunque al contrario di quello che sostiene Lockhart, nel nostro senso misurare è un'attività concreta, non un'elaborazione ideale, che riguarda proprietà empiriche, non variabili matematiche. E' proprio da ciò che si origina il problema con cui avevamo chiuso la prima parte dell'articolo: posto che possiamo compiere calcoli sui valori numerici di grandezze empiriche di un oggetto, come possiamo giustificare il fatto che in alcuni casi i risultati di questi calcoli portano informazione su altre grandezze empiriche dell'oggetto, mentre in altri casi i risultati ottenuti sono solo valori di una variabile matematica definita da una funzione di valori di tali grandezze?

Poiché una tale funzione è un'entità matematica, dunque parte di un "universo immaginario" nel lessico di Lockhart, il fatto che essa sia definita e calcolabile non ci avvicina alla soluzione del problema, come mostra l'esempio che avevamo citato da Brian Ellis: non è problematico calcolare il prodotto dell'età e dell'altezza di una persona, ma ciò non è sufficiente per garantire che il valore che si ottiene – un numero con unità secondi per metri (o magari anni per centimetri) – porti un'informazione su una proprietà della persona, la sua "hage", height-age, o come la si voglia eventualmente chiamare. Appare intuitivo assumere che non esiste alcuna proprietà empirica di una persona che corrisponde a hage, e quindi, a maggior ragione, che hage non è niente di (empiricamente) misurabile.

La questione dell'esistenza di entità è delicata. Esistono infatti modi di esistenza diversi, così che, per esempio, gli unicorni pur non esistendo biologicamente esistono come entità letterarie. Cosa significhi e cosa comporti l'esistenza di proprietà di oggetti è una questione non ovvia. Nel caso della misurazione di una proprietà con un metodo diretto, è infatti chiaro che *c'è* una grandezza con cui lo strumento di misura interagisce e che causa la trasduzione: da un punto di vista metrologico il problema non riguarda dunque l'esistenza di tale grandezza (dimostrata dall'interazione con lo strumento), ma la sua relazione con il misurando, ossia con la proprietà "che si intende misurare", in accordo al *Vocabolario Internazionale di Metrologia* (VIM) (www.bipm.org/en/publications/guides/#vim). Ma nel caso di una pretesa misurazione con un metodo indiretto, l'esistenza della grandezza a cui intendiamo attribuire i valori ottenuti dal calcolo non può essere considerata un dato di fatto, come abbiamo visto. Questo è però un problema che affrontato come tale ci porterebbe davvero troppo lontano. Rimaniamo perciò in una più semplice, e probabilmente più familiare a chi ci legge, dimensione pragmatica chiedendoci, per esempio: *a cosa*

può servire calcolare la hage di una persona? Se infatti questo calcolo avesse una ragione, e questa ragione avesse a che vedere con la persona in considerazione, ne potremmo trarre una giustificazione a supporto dell'ipotesi che attraverso il calcolo abbiamo in effetti misurato qualcosa di quella persona.
Facciamo un esempio, volutamente molto semplice. Supponiamo di aver calcolato (per ora non scriviamo ancora "misurato") la hage di un certo numero di persone e di aver scoperto che le persone sono raggruppabili ("clusterizzabili") secondo il loro valore di hage in modo tale che l'appartenenza di una persona a un gruppo fornisce un'informazione su una proprietà di quella persona (i) diversa dalla sua età e dalla sua altezza e (ii) ritenuta fino a prima della scoperta indipendente dall'età e dall'altezza. Chiamiamo X tale proprietà (potrebbe essere una proprietà fisica, magari relativa allo stato di salute delle persone, ma anche sociale, economica, ...), che è dunque connessa in modo statisticamente significativo con la hage. Dunque attraverso il valore della hage di una persona veniamo a sapere qualcosa sulla sua X (in un contesto di data mining, si riconosce qui un caso di analisi non-supervisionata, che potrebbe essere realizzata con algoritmi di k-means, clusterizzazione gerarchica, ecc). Se tutto ciò accadesse, avremmo un indizio a favore dell'ipotesi che le persone *hanno* una hage, che quindi esiste, e che sappiamo misurare almeno con un metodo indiretto, calcolandone i valori in funzione di altezza ed età.
Ci sembra quindi di avere identificato una condizione necessaria per concludere che una funzione di proprietà empiriche sia a sua volta una proprietà empirica: che i valori della funzione siano connessi mediante una legge, eventualmente anche solo stocastica ma considerata statisticamente significativa, con i valori di almeno un'altra proprietà empirica nota, ossia che la proprietà candidata sia inserita in una rete di relazioni fondate su leggi empiriche.
Ci possiamo ora chiedere: ciò è anche una condizione sufficiente perché una variabile matematica sia il modello di una proprietà empirica?
A questo proposito consideriamo un secondo esempio. Non è problematico calcolare una potenza della massa M di un oggetto. In base a quanto stabilito, non possiamo però in generale concludere che, supponiamo, $M^{2/3}$, o $M^{3/4}$, o $M^{4/5}$ (e così via) sia una proprietà empirica degli oggetti in considerazione. Tuttavia, studi sperimentali sui mammiferi mostrano una relazione di proporzionalità tra $M^{3/4}$ e la velocità V_M del metabolismo dei mammiferi, cioè la velocità con cui essi consumano energia (legge di Kleiber: assumiamo per fini argomentativi che questa relazione sia fondata). La condizione necessaria proposta sopra è rispettata, e possiamo assumere questa relazione almeno come un indizio a favore dell'ipotesi che $M^{3/4}$ sia anche una proprietà empirica dei mammiferi. Possiamo basarci su questo solo indizio per giustificare l'ipotesi che quando si calcola la potenza 3/4 di M si sta in effetti misurando una proprietà empirica?
La risposta ci sembra ancora una volta negativa. Infatti, una volta identificata una correlazione tra $M^{3/4}$ e V_M, dobbiamo interrogarci sulla ragione di tale correlazione, a partire dalla nostra conoscenza della struttura dei mammiferi. Ebbene, è un fatto della geometria che un corpo di lunghezza L ha una superficie proporzionale a L^2 e un volume proporzionale a L^3. A densità costante, il volume del corpo risulta allora proporzionale alla massa, $L^3 \approx M$, e quindi $L \approx M^{1/3}$. Assumendo la proporzionalità tra la velocità del metabolismo e il calore disperso, e sapendo che la dispersione di calore è proporzionale alla superficie del corpo, possiamo concludere che la velocità del metabolismo V_M è proporzionale alla superficie del corpo, ossia che $V_M \approx L^2$, da cui $V_M \approx M^{2/3}$. Queste assunzioni circa la struttura dei corpi porterebbero a ipotizzare che la velocità del metabolismo sia proporzionale a $M^{2/3}$, al contrario di quanto indicato dai dati empirici, che supportano l'ipotesi di proporzionalità a $M^{3/4}$. I ricercatori si sono quindi concentrati sull'identificazione di proprietà in grado di giustificare tale proporzionalità, intesa precisamente come un indizio dell'esistenza di proprietà più fondamentali.

Alla luce di questo, possiamo concludere che l'esistenza di una relazione tra una variabile funzione di proprietà note (come $M^{3/4}$) e altre proprietà note (come V_M) non sia ancora sufficiente per stabilire che tale variabile rappresenti effettivamente una proprietà empirica: ciò che è essenziale è che essa non sia eliminabile a vantaggio di altre proprietà empiriche note.

Le considerazioni precedenti ci consentono quindi di precisare la condizione necessaria introdotta in precedenza perché una variabile matematica funzione di proprietà empiriche sia considerabile come modello di una proprietà empirica:

1. tale variabile deve essere connessa con altre proprietà empiriche attraverso una rete di relazioni;
2. tale funzione non deve essere una mera rappresentazione della dipendenza di queste proprietà da proprietà più fondamentali.

La seconda condizione ha conseguenze importanti, perché limita il numero di proprietà che occorre assumere come proprietà empiriche. Se poi le due condizioni, prese insieme, siano anche condizioni sufficienti perché una funzione di grandezze note sia una grandezza, è un tema che lasciamo aperto a ulteriore discussione. Ci sembra dunque che si debba mantenere una differenza fondamentale tra calcolare e misurare, basata sull'esistenza di proprietà empiriche. Infatti, mentre la misurazione è, per definizione, acquisizione di informazione su proprietà empiriche, l'esito di un calcolo potrebbe non corrispondere ad alcuna proprietà, perché la variabile il cui valore è calcolato potrebbe non essere associata ad alcuna proprietà esistente. Questa conclusione porta a interrogarci sulle condizioni di esistenza di una proprietà empirica: un problema non semplice, e interessante.