Unità di misura e valori di grandezze: un enigma? - Seconda parte
Luca Mari

Tutto_Misure, 3, 2017

[30.7.17]

Nella prima parte di questo articolo, pubblicata sul numero scorso della rivista (T_M, 2/17, alle pagine 127 e 128) ho introdotto l'oggetto della nostra investigazione: *un'unità è una grandezza oppure un valore di grandezza?* Queste due posizioni sono sostenute, rispettivamente, dall'attuale edizione della Brochure SI (http://www.bipm.org/en/publications/si-brochure) e dall'attuale bozza (10 novembre 2016) della nuova edizione (http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure-draft-2016b.pdf). Allo scopo di cominciare l'esplorazione ho proposto una spiegazione del significato di una relazione come: la lunghezza L di un certo oggetto a, $L(a)$, è uguale a 1,2345 m, $L(a)$ = 1,2345 m, che, tralasciando l'incertezza, potrebbe essere un risultato di misura. In breve, la relazione $L(a)$ = 1,2345 m porta informazione, cosa che giustifica le risorse impiegate per arrivare a formularla, perché $L(a)$ e 1,2345 m

- *hanno significati diversi* ("$L(a)$" significa 'la lunghezza dell'oggetto a' e "1,2345 m" significa '1,2345 volte un metro'), ma
- *hanno lo stesso riferimento* (cioè, assumendo che la lunghezza di a sia proprio 1,2345 m, sono la stessa lunghezza).

Vale la pena di sviluppare un po' meglio questa idea – entità che significati diversi ma lo stesso riferimento – facendoci aiutare da un'interessante norma terminologica, la ISO 704:2009, Terminology Work – Principles and Methods, che tratta di questa duplicità in termini di *intensioni* (attenzione: intensioni, non intenzioni!) ed *estensioni*.

Facciamo un semplice esempio matematico. Che differenza c'è tra 1 = 1 e $\cos(0) = \log_{10}(10)$? Dato che $\cos(0)$ è uguale a 1, e $\log_{10}(10)$ è anche uguale a 1, da un certo punto di vista la relazione $\cos(0) = \log_{10}(10)$ non è diversa dalla relazione 1 = 1. Ma da un altro punto di vista la differenza c'è eccome: per accertare che effettivamente $\cos(0) = \log_{10}(10)$ sono necessarie alcune conoscenze matematiche, mentre la verità di 1 = 1, e in generale di $x = x$ per qualsiasi x, è un fatto pre-matematico e puramente logico. Insomma, "$\cos(0)$" e "$\log_{10}(10)$" hanno significati diversi, benché si riferiscano allo stesso numero.

Ecco cosa ne dice la ISO 704: "The set of characteristics that come together to form the concept is called the *intension* of the concept. The set of objects conceptualized as a concept is known as the *extension* of the concept.". Dunque l'intensione di $\cos(0)$ e di $\log_{10}(10)$ è diversa ma la loro estensione è la stessa.

Ciò ha a che vedere non solo con esempi matematici, naturalmente. Supponiamo di aver scoperto, per esempio attraverso un confronto diretto, che gli oggetti a e b hanno la stessa lunghezza, $L(a) = L(b)$. A differenza di $L(a) = L(a)$, questa relazione è informativa perché mostra che l'estensione di $L(a)$ e $L(b)$ è la stessa benché la loro intensione sia diversa: se a e b hanno la stessa lunghezza è perché $L(a)$ e $L(b)$ *sono* la stessa lunghezza.

Un intermezzo ontologico, per chi si diletta di queste cose. La conclusione che ho appena proposto – $L(a) = L(b)$ significa che $L(a)$ e $L(b)$ sono la stessa lunghezza – non è necessaria, e qualcuno potrebbe rifiutarla sostenendo che, dato che $L(a)$ e $L(b)$ sono le lunghezze di oggetti diversi, non possono essere la *stessa* lunghezza. Ciò sarebbe in analogia all'affermazione che la signora a e il signor b hanno la stessa automobile: a meno che a e b non siano comproprietari dello stesso veicolo, quello che si intende dire è che a e b hanno lo stesso modello di automobile, non che hanno letteralmente lo stesso oggetto-automobile. Le grandezze non possono essere dunque in comproprietà, si potrebbe sostenere, e $L(a) = L(b)$ significa solo che $L(a)$ e $L(b)$ sono simili, o perfino indistinguibili – "dello stesso modello" –, ma non che sono la stessa lunghezza. E perciò sarebbe più corretto scrivere per esempio $L(a) \approx L(b)$.

Questa alternativa – $L(a) = L(b)$ o $L(a) \approx L(b)$ – è però appunto solo ontologica, e dubito che possa essere realizzato un esperimento in grado di stabilire quale fra le due posizioni è corretta. E infatti ci sono alcuni filosofi che aderiscono alla prima posizione, e sostengono che le grandezze e le proprietà siano universali, non collocati spazio-temporalmente, e altri filosofi che aderiscono alla seconda posizione, e sostengono che le grandezze siano particolari, che esistono in quanto esistono nello spazio-tempo. Per i primi il colore Blu esiste come tale, e lo si ritrova realizzato empiricamente in ogni oggetto blu; per i secondi esistono solo il-blu-di-questo-oggetto e il-blu-di-quell-oggetto, e i due oggetti possono avere blu simili ma non lo stesso blu.

Suppongo che, posta in questi termini, l'alternativa non sia frequentemente dibattuta da metrologi, molti dei quali dichiarerebbero al proposito la loro indifferenza. D'altra parte la misurazione è un'attività filosoficamente fondamentale, che lo si voglia o no, e quindi una posizione la si prende, anche solo implicitamente, a partire dalla terminologia che si usa e dal significato che si attribuisce a quanto si dice e scrive. In questa prospettiva ipotizzo che i metrologi assumano generalmente, benché appunto spesso solo implicitamente, la prima posizione, perché in ambito tecnico-scientifico si tende a essere realisti ("se rende conto dei risultati di un esperimento è perché esiste", naturalmente con la disponibilità a rivedere questa posizione quando nuova evidenza lo suggerisca), e si sceglie l'opzione formalmente più semplice (ed è più semplice pensare a uguaglianze invece che a similarità o indistinguibilità, fosse solo perché solo le prime sono transitive, e senza transitività diventa tutto più complesso) e più suggestiva in termini di analogie (e la prima posizione tratta le grandezze e le proprietà analogamente ai numeri, intesi come universali non collocati spazio-temporalmente: il numero due si realizza in ogni insieme di due elementi ma lo interpreta usualmente come dotato di una natura autonoma dalle sue realizzazioni).

Dato tutto ciò, interpreterò dunque relazioni come $L(a) = L(b)$, $L(a) = 1{,}2345$ m, e $1{,}2345$ m = 48,602… in come uguaglianze (estensionali) di grandezze, e non come similarità. Il lettore che propende per la seconda posizione dovrà fare un lavoro di traduzione, ma giungerà ai nostri stessi risultati.

La conseguenza di questa posizione è che grandezze di oggetti (come la lunghezza dell'oggetto a) e valori di grandezza (come 1,2345 m) sono considerati modi diversi di conoscere e descrivere grandezze individuali. Se le relazioni scritte sopra sono corrette, esiste una stessa lunghezza che si realizza tra l'altro come la lunghezza di a, o come la lunghezza di b, o come 1,2345 volte il metro, o come 48,602 volte il pollice.

Supponiamo ora di considerare un terzo oggetto, c, tale che la lunghezza di a sia 1,2345 volte la lunghezza di c, $L(a) = 1{,}2345\,L(c)$. Le equazioni

[1] $L(a) = 1{,}2345\,L(c)$

[2] $L(a) = 1{,}2345$ m

hanno una struttura formale analoga: ne segue che portano la stessa informazione? Sì e no. Sì, perché entrambe sono uguaglianze tra lunghezze, e infatti da esse si può dedurre in particolare che $L(c) = 1{,}0000$ m. No, perché la lunghezza di c e il metro pur essendo estensionalmente la stessa lunghezza sono conosciute in modo assai diverso. Si coglie questo punto confrontando $L(c) = 1{,}0000$ m e $L(c)$ = m: la prima dice che l'oggetto c è lungo un metro, ed è vera se sono vere [1] e [2]; la seconda che la sua lunghezza è il metro, cosa falsa dato che il metro non è definito come la lunghezza di c. Per chiarire meglio, dobbiamo in generale supporre che c possa variare la sua lunghezza nel tempo pur mantenendo la sua identità: c è un oggetto-nel-tempo, $c = c(t)$, e perciò dobbiamo scrivere $L(c(t))$ per indicare la lunghezza di c all'istante t. L'equazione $L(c(t)) = 1{,}0000$ m rimane non problematica: all'istante t, l'oggetto c è lungo un metro. L'equazione $L(c(t))$ = m non ha invece un senso operativo: il metro potrebbe essere anche ridefinito in modo da essere la lunghezza di un certo oggetto c in un certo istante t, ma questo sarebbe contrario ai principi della metrologia, secondo i quali a un'unità si richiede di essere stabile e raggiungibile, in modo da essere realizzabile e quindi poter operare come punto iniziale delle catene di riferibilità metrologica per la grandezza (e per lo stesso motivo la versione $L(c(t))$ = m(t), in riferimento al "metro all'istante t", non ha pure un senso operativo).

Ne possiamo concludere che un’unità di lunghezza, come il metro o il pollice, è una lunghezza, con cui altre lunghezze possono essere confrontate, e il risultato del confronto può essere riportato variamente: come nell’equazione [2], ma anche

[2’] $L(a)/\mathrm{m} = 1{,}2345$

oppure

[2’’] $L_{\mathrm{in\ metri}}(a) = 1{,}2345$

due equazioni in cui i valori di grandezza non compaiono, e che quindi sono appropriate nel caso in cui il valore (numerico) debba essere poi trattato matematicamente, naturalmente garantendo in parallelo la correttezza dimensionale e delle unità del risultato.

Insomma, il cambiamento introdotto nell’attuale bozza della Brochure SI – unità come valori – è non solo contro la tradizione che da Euclide e Maxwell è giunta fino all’attuale edizione della Brochure SI e al Vocabolario Internazionale di Metrologia (VIM) (https://www.ceinorme.it/it/normazione-it/vim.html), ma sembra proprio sbagliata.

In più, l’idea che i valori di grandezza sono essi stessi grandezze, conosciute in riferimento a un’unità, mette un po’ di ordine nella confusione che ogni tanto si coglie su questi temi. Il VIM stesso definisce ‘grandezza’ come una “proprietà di un fenomeno, corpo o sostanza che può essere espressa quantitativamente mediante un numero e un riferimento”. Una grandezza, come $L(a)$, può certamente “essere espressa” mediante un valore di grandezza (ciò che il VIM intende in questo caso con “un numero e un riferimento”), ma la misurazione ambisce a essere ben più di un’espressione / rappresentazione (con buona pace delle teorie rappresentazionali della misurazione, che a mio modesto parere sono solo teorie rappresentazionali della rappresentazione, di cui la misurazione è un caso molto particolare): riportando “$L(a) = 1{,}2345$ m” come un risultato di misura (sempre a meno dell’incertezza di misura), non intendiamo solo che $L(a)$ può essere espresso / rappresentato da “1,2345 m”, e mantenendo quindi il mistero intorno alle ragioni per cui un’espressione / rappresentazione dovrebbe essere designata dal simbolo “=”. Stiamo dichiarando che, per quello che sappiamo della lunghezza di *a* e del metro, $L(a)$ e 1,2345 m sono proprio la stessa lunghezza.